



ST 301

**ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА**

Актуализирана прот. № № 26/24.11.2022

Лектор: доц. д-р Евгения Николова

**АНОТАЦИЯ**

Курсът дава познания по Теория на вероятностите и Математическа Статистика. Това включва : случайни явления, вероятностни модели и аксиоматика; случайни величини и техните числови характеристики; знания за специфична техника и апарат на теорията на вероятностите; сходимост на редици от случайни величини, функции от случайни величини; закони за големите числа и централна гранична теорема. Тези знания за случайни величини се използват за построяване и изучаване на класическия модел на Математическата статистика. Реализацията и използването на методите, моделите и статистическите процедури се илюстрират с вградените в MS EXCEL статистически функции и процедури с реални данни. Прави се обзор на най-разпространените статистически пакети.

**СТАТУТ И СТРУКТУРА**

специалност	статут	Кредити	редовно обучение				задочно обучение			
			л	с	у	общ	Л	с	у	Общ
СИ	Задължителна	4	20	20		40	10	10		20

**ОСНОВНИ ЦЕЛИ**

В курса се акцентира върху вероятностната философия и математическия апарат за получаване на оценки на характеристиките на случайни явления. Познанията за вероятностните разпределения, за точково и интервално оценяване, конкретните критерии за проверка на хипотези и знанията за регресионния анализ са създават умения за решаване на конкретни приложни задачи.

**ПРЕДПОСТАВКИ**

Курсът предполага познания по Математически анализ и Висша алгебра.

**СЪДЪРЖАНИЕ НА КУРСА**

Тема 1. Опит(експеримент). Събитие. Аксиоматика на теория на вероятностите.

Тема 2. Основни свойства на вероятностните мерки.

Тема 3. Случайни величини. Функции на разпределение.

Тема 4. Дискретни и непрекъснати разпределения. Схема на Бернули. Нормално разпределение.

Тема 5. Случайни вектори. Условни разпределения.

Тема 6. Математическо очакване (средна стойност) и моменти на случайни величини.

Тема 7. Разпределение на функции от сл. величини, които имат плътност.

Тема 8. Аналитичен апарат на теорията на вероятностите.

- Тема 9. Сходимост на редици от случайни величини.
- Тема 10. Слаби закони за големите числа(СЗГЧ).
- Тема 11. Усилени закони за големите числа (УЗГЧ).
- Тема 12. Централна гранична теорема(ЦГТ).
- Тема 13. Задачи на математическата статистика.
- Тема 14. Емпирични характеристики на извадка. Точкови оценки.
- Тема 15. Интервални оценки. Проверка на хипотези.
- Тема 16. Критерии за съгласуваност на разпределения.
- Тема 17. Непараметрични критерии.
- Тема 18. Видове данни.
- Тема 19. Първоначална обработка на данни, DataAnalysis на MSExcel.

### СЕМИНАРНИ УПРАЖНЕНИЯ:

- Тема 1. Опит (експеримент). Събитие. Аксиоматика на теория на вероятностите. Комбинаторика.
- Тема 2. Основни свойства на вероятностните мерки.
- Тема 3. Сл. величини, Функции на разпределение, Числови характеристики .
- Тема 4. Случайни вектори.
- Тема 5. Пораждащи функции. Разпределение на сума от сл. величини.
- Тема 6. Емпирични характеристики на извадка. Точкови оценки.
- Тема 7. Интервални оценки. Проверка на хипотези.
- Тема 8. Статистически обработки. DataAnalysis на MSExcel.
- Тема 9. MS\_EXCEL – Статистически функции.
- Тема 10. MS\_EXCEL – Хистограми.
- Тема 11. MS\_EXCEL – Дескриптивна програма.
- Тема 12. MS\_EXCEL – Т-критерий.
- Тема 13. MS\_EXCEL – F-критерий.

### МЕТОДИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ ПО ТОЧКОВА СИСТЕМА

Писмен изпит и евентуално устно събеседване. Крайната оценка включва оценка (текущ контрол) от упражненията, оценка от курсовата работа и оценка от писмения изпит по правилото

- |                               |            |
|-------------------------------|------------|
| 1. Оценка от упражненията     | - 20 точки |
| 2. Оценка от курсовата работа | - 30 точки |
| 3. Оценка от изпит            | - 50 точки |

Шестобалната оценка се определя, както следва: Отличен (6) - 86 –100 точки; Мн.добър (5) - 74 –85 точки; Добър (4) - 62 –73 точки; Среден (3) - 51 –61 точки.

Реализирането на оценяването по дейности се постига чрез:

1. Контролно по време на упражненията;
2. Оценка на курсовата работа и нейната защита;
3. Писмен изпит.

### ПРЕПОРЪЧИТЕЛНА ЛИТЕРАТУРА

1. П. Петров, Е. Николова, Лекции и упражнения по теория на вероятностите и математическа статистика, Издателство Янита Я С, 2008.

2. Вѐндев, Д., Записки по теория на вероятностите, Електронно издание: <http://fmi.uni-sofia.bg/fmi/statist/personal/vandev/lectures/prob/prob.htm>
3. Б.Димитров, Н.Янев., Вероятности и статистика.Университетско издание. "Св. Кл. Охридски", София, 2007.
4. Павлина Йорданова, Георги Георгиев, Рѐководство за решаване на задачи по теория на вероятностите, Шумен : Унив. изд. Епископ Константин Преславски, 2008.
5. Петър Копанов, Снежана Христова, Записки по вероятности и статистика (за информатици), УИ "Паисий Хилендарски"; 2018 г.
6. Й. Стоянов, И. Миразчийски, Ц. Игнатов, М. Танушев, Рѐководство по теория на вероятностите, СОФТЕХ; III изд.; 2011.
7. Н. Янев, М. Танушев. Рѐководство за упражнения по Математическа статистика. Университетско издателство "Св. Кл. Охридски", София, 1989.
8. Коган Ефим Александрович, Юрченко Алевтина Анатольевна, Теория вероятностей и математическая статистика, НИЦ ИНФРА-М, 2020.
9. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А, Теория вероятностей и ее инженерные приложения, 2-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2000.
10. Baron Michael, Probability and statistics for computer scientists, Second edition, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2014
11. FlexBook: CK-12 Probability and Statistics - Basic (A Short Course) by Brenda Meery - CK-12.org , 2010
12. Saktipada Nanda, Sibashis Nanda, A Course on Probability & Statistics [A Text Book for B. Tech., M.Tech., B.Sc., BBA, BCA, MBA Courses], ISBN: 978-1-922608-31-4, First Printing March 2022, [https://www.researchgate.net/publication/361363345\\_A\\_Course\\_on\\_Probability\\_Statistics\\_A\\_Text\\_Book\\_for\\_B\\_Tech\\_MTech\\_BSc\\_BBA\\_BCA\\_MBA\\_Courses\\_Available\\_in\\_flipkartcom\\_and\\_amazonin](https://www.researchgate.net/publication/361363345_A_Course_on_Probability_Statistics_A_Text_Book_for_B_Tech_MTech_BSc_BBA_BCA_MBA_Courses_Available_in_flipkartcom_and_amazonin)
13. Alex Tsun, Probability & Statistics with Applications to Computing, 2020, [https://www.alextsun.com/files/Prob\\_Stat\\_for\\_CS\\_Book.pdf](https://www.alextsun.com/files/Prob_Stat_for_CS_Book.pdf)
14. Basic Probability and Statistics - A Short Course, <http://www.ck12.org/flexbook/flexbook/2411>.



## ИЗПИТЕН ВЪПРОСНИК

ST 301

### ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА

Лектор: доц. д-р Евгения Николова

1. Опит (експеримент). Събитие. Аксиоматика на теория на вероятностите.
  - 1.1. Елементарни събития, събития и действия с тях.
  - 1.2. Булева алгебра. Вероятностни пространства.
  - 1.3. Класическа вероятност. Геометрични вероятности.
2. Основни свойства на вероятностните мерки.
  - 2.1. Условна вероятност, независимост.
  - 2.2. Формула за пълната вероятност.
  - 2.3. Формула на Бейс.
3. Случайни величини. Функции на разпределение.
  - 3.1. Дефиниция.
  - 3.2. Функция на разпределение-дефиниция, свойства.
4. Дискретни и непрекъснати разпределения. Схема на Бернули. Нормално разпределение.
  - 4.1. Бернулиево и Биномно разпределение. Приближение на Поасон.
  - 4.2. Разпределение на Поасон, Хипергеометрично и Геометрично разпределения.
  - 4.3. Нормално разпределение.
  - 4.4. Равномерно разпределение, Експоненциално разпределение, хи-квадрат разпределение, разпределение на Фишер и Стюдент.
  - 4.5. Полиномно разпределение.
5. Случайни вектори. Условни разпределения.
  - 5.1. Многомерни Функции на разпределение. Дефиниция, свойства.
  - 5.2. Маргинални разпределения. Маргинална плътност.
  - 5.3. Условни разпределения. Условна плътност.
  - 5.4. Дефиниция на многомерно ( двумерно ) нормално разпределение.
6. Математическо очакване (средна стойност) и моменти на случайни величини.
  - 6.1. Математическо очакване и моменти на дискретни сл. величини. Дефиниция, свойства.
  - 6.2. Математическо очакване и моменти на сл. величини, които имат плътност. Дефиниция, свойства.
  - 6.3. Свойства на дисперсията.
  - 6.4. Средна стойност на произведение от независими случайни величини.
  - 6.5. Дисперсия на сума от независими случайни величини.
  - 6.6. Ковариация и коефициент на корелация.
  - 6.7. Числови характеристики на случайни величини и неравенства.
  - 6.8. Запис на математическото очакване и моментите като интеграл на Лебег-Стилтес.
  - 6.9. Условни числови характеристики.

- 6.10. Формула за пълното математическо очакване. Тъждество на Валд.
7. Разпределение на функции от сл. величини, които имат плътност.
  - 7.1. Композиция. Композиция на дискретни случайни величини.
  - 7.2. Теорема за съвместната плътност.
  - 7.3. Разпределение на сума от две независими сл. величини.
  - 7.4. Разпределение на частно на две независими сл. величини.
8. Аналитичен апарат на теорията на вероятностите.
  - 8.1. Дефиниция на пораждащи функции, мултипликативно свойство, примери.
  - 8.2. Преобразование на Лаплас, дефиниция на характеристични функции, примери.
  - 8.3. Формулировка на теоремата за непрекъснатост за пораждащи функции.
9. Сходимост на редици от случайни величини.
  - 9.1. Сходимост по вероятност. Дефиниция.
  - 9.2. Сходимост почти сигурно. Дефиниция.
  - 9.3. Сходимост в средно-квадратичен смисъл. Дефиниция.
  - 9.4. Сходимост по разпределение, слаба сходимост. Дефиниция.
  - 9.5. Връзка между различните видове сходимост.
10. Слаби закони за големите числа (СЗГЧ).
  - 10.1. Теорема на Марков.
  - 10.2. Теорема на Чебишев. Теорема на Бернули.
  - 10.3. Теорема на Хинчин (Формулировка).
  - 10.4. Необходимост и достатъчно условие за слабия закон за големите числа (Формулировка).
  - 10.5. Следствия (Формулировка).
11. Усилени закони за големите числа (УЗГЧ).
  - 11.1. Лема на Борел-Кантели (Формулировка).
  - 11.2. Неравенство на Колмогоров (Формулировка).
  - 11.3. Достатъчно условие на Колмогоров в случай на нееднакво разпределени сл. величини (Формулировка).
  - 11.4. Необходимост и достатъчно условие на Колмогоров за УЗГЧ в случай на независими и еднакво разпределени случайни величини (Формулировка).
12. Централна гранична теорема (ЦГТ).
  - 12.1. ЦГТ за независими и еднакво разпределени случайни величини. Теорема (локална и интегрална) на Моавр - Лаплас.
  - 12.2. Теорема на Линдберг-Фелер (Формулировка).
  - 12.3. Теорема на Ляпунов (Формулировка).
13. Задачи на математическата статистика.
  - 13.1. Генерална съвокупност и извадка.
  - 13.2. Основни задачи на математическата статистика. Приложна статистика.
14. Емпирични характеристики на извадка. Точкови оценки.
  - 14.1. Вариационен ред. Размах. Поредни статистики. Емпирична функция на разпределение.
  - 14.2. Хистограма, полигон, оценяване на плътност. Числови характеристики на емпирично разпределение.
  - 14.3. Обща характеристика. Неизместени и състоятелни оценки. Надеждност на оценка.
  - 14.4. Извадъчни средно, дисперсия, момент и квантил.
  - 14.5. Оценки с минимална дисперсия.

- 14.6. Неравенство на Рао-Крамер. Ефективни оценки.
- 14.7. Метод на моментите.
- 14.8. Максимално-правдоподобни оценки. Състоятелност. Асимптотическа нормалност.
- 15. Интервални оценки. Проверка на хипотези.
- 15.1. Доверителни множества и интервали, доверителна вероятност.
- 15.2. Примери на доверителни интервали.
- 15.3. Хипотези и критерии. Критични области, грешки от първи и втори ред.
- 15.4. Проста хипотеза срещу проста алтернатива. Лема на Нейман-Пирсън .Примери.
- 15.5. Проста хипотеза срещу сложна алтернатива. Равномерно най-мощни критични области.Примери. Асимптотично решение.
- 15.6 Сложна хипотеза срещу сложна алтернатива. Критерий с частно на правдоподобие. Примери.
- 16. Критерии за съгласуваност на разпределения.
- 16.1. Критерий на Колмогоров(Формулировка).
- 16.2. Критерий на Смирнов(Формулировка).
- 16.3. Хи\_квадрат –критерий за съгласуваност на разпределения.
- 16.4. Пробит анализ.
- 17. Непараметрични критерии.
- 17.1. Критерий за отстраняване на груби наблюдения.
- 17.2. Критерий на знаците(Формулировка).
- 17.3. Критерий на Уилкоксон(Формулировка).
- 17.4. Хи\_квадрат –критерий за еднородност (Формулировка).
- 17.5. Хи\_квадрат –критерий за независимост и еднородност на дисперсиите (Формулировка).
- 17.6. F–критерий на Фишер за равенство на дисперсиите (Формулировка).
- 17.7. Критерий на Стюдънт(t-критерий)(Формулировка).
- 18. Видове данни.
- 18.1.Теория на вероятностите, Математическа статистика и Приложна статистика – задачи, област и условие на прилагане на съответните методи и модели. Статистическа устойчивост. Формална статистическа обработка.
- 18.2.Подготовка на данни за статистически анализи. Таблицы обект-признак. Тегла, идентификатори, групиращи променливи. Описание, документиране и паспортизиране на данни и обработки. Структура на данните и видове характеристики.
- 18.3.Видове данни и измервания. Скали и скалиране. Кодиране на данни. Дискретни и непрекъснати променливи. Дихотомизиране на данни. Липсващи данни.
- 19. Компютърна обработка, статистически пакети, статистическо моделиране.
- 19.1.Генериране на случайни числа със зададен закон на разпределение. Статистическо моделиране.
- 19.2.Обзор на най-често използваните статистически пакети: BMDP, SAS, STEMAS, STATISTIKA. Статистически функции и процедури в MS EXCEL.
- 20. Първоначална обработка на данни, DataAnalysis на MSExcel.
- 20.1.Дескриптивни статистики. Преобразуване на данните – свеждане към познат закон на разпределение въз основа на Формална статистическа обработка и/или емпирични знания. Probit-анализ.

20.2.Едномерни характеристики. Групиране на наблюдения. Поправка на Шепард. Честотна таблица. Хистограма. Емпирична плътност и функция на разпределение. Асиметрия и ексцес. Непараметрични оценки на плътност и функция на разпределение.

20.3.Анализ на дихотомични наблюдения. Проверка на хипотези. Доверителен интервал и Р-стойности при различни алтернативни хипотези.

21: Многомерни статистически анализи. Регресионен анализ.

21.1. Многомерни статистически анализи.

21.2. Анализ на отклоненията за нормална съвкупност. Разстояние на Махаланобис. Проверка на хипотези за извадъчни средни. Статистика на Хотелинг.

21.3. Линеен регресионен анализ. Корелационен анализ. Корелация и регресия. Теоретични коефициенти на регресия. Разлагане на дисперсията. Съпътстващ дисперсионен анализ.Корелационно отношение. Значимост.

21.4. Линеен регресионен анализ. Оценяване на параметрите по метода на най-малките квадрати, проверка на хипотезата за значимост на регресията. F - критерий. Доверителни интервали на оценените параметри. Анализ на остатъците.

21.5. Линеен регресионен анализ .Ред на работа. Оценка на надеждността на предсказването. Адекватност на модела. Множествена регресия. Регресионен анализ върху главни компоненти. Стъпкова регресия.

## ПРЕПОРЪЧИТЕЛНА ЛИТЕРАТУРА

15. П. Петров, Е. Николова, Лекции и упражнения по теория на вероятностите и математическа статистика, Издателство Янита Я С, 2008.
16. Въндев, Д., Записки по теория на вероятностите, Електронно издание: <http://fmi.uni-sofia.bg/fmi/statist/personal/vandev/lectures/prob/prob.htm>
17. Б.Димитров, Н.Янев., Вероятности и статистика.Университетско издание. "Св. Кл. Охридски", София, 2007.
18. Павлина Йорданова, Георги Георгиев, Ръководство за решаване на задачи по теория на вероятностите, Шумен : Унив. изд. Епископ Константин Преславски, 2008.
19. Петър Копанов, Снежана Христова, Записки по вероятности и статистика (за информатици), УИ "Паисий Хилендарски"; 2018 г.
20. Й. Стоянов, И. Миразчийски, Ц. Игнатов, М. Танушев, Ръководство по теория на вероятностите, СОФТЕХ; III изд.; 2011.
21. Н. Янев, М. Танушев. Ръководство за упражнения по Математическа статистика. Университетско издателство "Св. Кл. Охридски", София, 1989.
22. Коган Ефим Александрович, Юрченко Алевтина Анатольевна, Теория вероятностей и математическая статистика, НИЦ ИНФРА-М, 2020.
23. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А, Теория вероятностей и ее инженерные приложения, 2-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2000.
24. Baron Michael, Probability and statistics for computer scientists, Second edition, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2014
25. FlexBook: CK-12 Probability and Statistics - Basic (A Short Course) by Brenda Meery - CK-12.org , 2010

26. Saktipada Nanda, Sibashis Nanda, A Course on Probability & Statistics [A Text Book for B. Tech., M.Tech., B.Sc., BBA, BCA, MBA Courses], ISBN: 978-1-922608-31-4, First Printing March 2022, [https://www.researchgate.net/publication/361363345\\_A\\_Course\\_on\\_Probability\\_Statistics\\_A\\_Text\\_Book\\_for\\_B\\_Tech\\_MTech\\_BSc\\_BBA\\_BCA\\_MBA\\_Courses\\_Available\\_in\\_flipkartcom\\_and\\_amazonin](https://www.researchgate.net/publication/361363345_A_Course_on_Probability_Statistics_A_Text_Book_for_B_Tech_MTech_BSc_BBA_BCA_MBA_Courses_Available_in_flipkartcom_and_amazonin)
27. Alex Tsun, Probability & Statistics with Applications to Computing, 2020, [https://www.alextsun.com/files/Prob\\_Stat\\_for\\_CS\\_Book.pdf](https://www.alextsun.com/files/Prob_Stat_for_CS_Book.pdf)
28. Basic Probability and Statistics - A Short Course, <http://www.ck12.org/flexbook/flexbook/2411>.